

13° Incontro ARMT

Nivelles 17/10/09

François Jaquet et

Michel Henry

Idea di probabilità  
e proporzionalità  
in un problema del RMT

*I barattoli di caramelle*

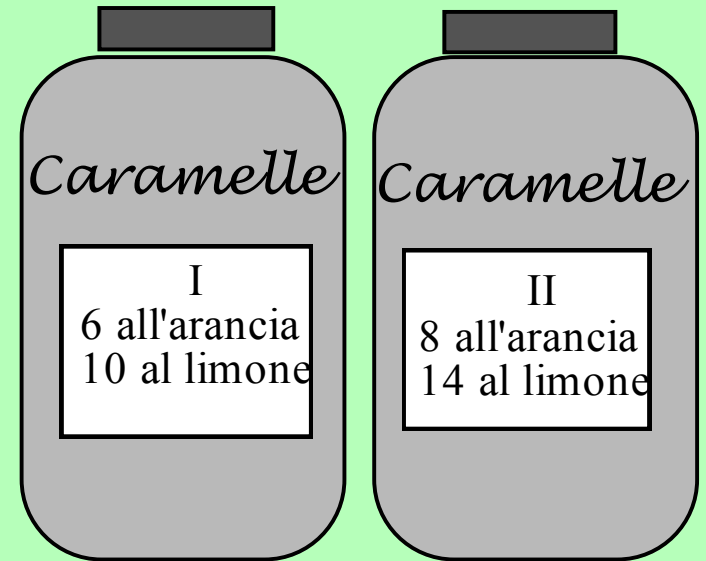
# 1 - Un problema per allievi dai 10 ai 15 anni

## I barattoli di caramelle (RMT 14 - I, pb n° 10, cat. 5, 6, 7, 8, 9, 10)

Nonna Matilde mette in un barattolo 6 caramelle all'arancia e 10 al limone.

In un secondo barattolo mette 8 caramelle all'arancia e 14 al limone.

Le caramelle hanno la stessa forma e sono incartate nello stesso modo.



# 1 - Un problema per allievi dai 10 ai 15 anni

I barattoli di caramelle, la domanda:

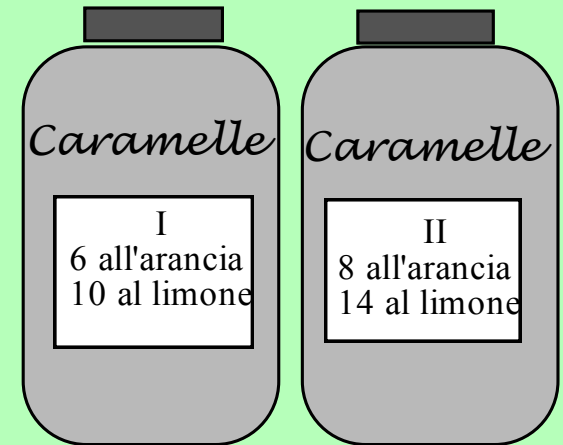
La nonna sa che a Giulio non piacciono le caramelle al limone e quindi gli dice:

*«Puoi prendere una caramella. Ti lascio scegliere il barattolo nel quale puoi infilare la mano, senza guardare dentro.»*

Giulio ci pensa un po' e sceglie infine il barattolo che, secondo lui, gli offre più possibilità di prendere una caramella all'arancia.

**Al posto di Giulio quale barattolo scegliereste?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**



$$6/10 > 8/14$$

## 2 -Analisi del compito

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

### Diversi approcci

- Rendersi conto che non è sufficiente scegliere il barattolo che ha il maggior numero di caramelle all'arancia o il minor numero di caramelle al limone, ma che bisogna anche tener conto delle due quantità contemporaneamente, con un rapporto di grandezze.

-Determinare, poi confrontare, i rapporti tra numeri di caramelle all'arancia e al limone, per mezzo di frazioni (con lo stesso denominatore o numeratore), o dividere l'uno per l'altro.

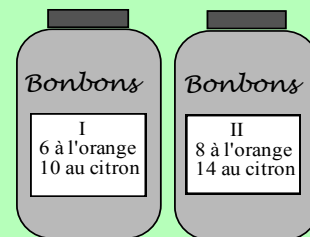
Oppure: determinare e confrontare i rapporti del numero di caramelle all'arancia e il numero totale di caramelle di ciascun barattolo.

Oppure: organizzare un ragionamento proporzionale del tipo: in un barattolo di 6 / 10 si avrebbero le stesse possibilità di un barattolo di 12 / 20, preparare una lista di casi...

### 3 - Analisi a posteriori,

96 elaborati di livello da 6 a 8 di FC  
Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

#### A. Confronto tra i numeri di caramelle al limone

- *«Al posto di Julien avremmo infilato la mano nel barattolo I. A Julien non piacciono le caramelle al limone, poiché ce ne sono meno che nel barattolo II, ha più possibilità di prendere una caramella all'arancia.».*

- *«Avrei scelto il barattolo I perché nel barattolo II ci sono 14 caramelle al limone».*

#### Altre risposte, difficili da «catalogare» :

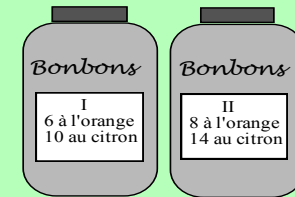
- *«Al posto di Julien sceglierei il barattolo I perché ci sono meno caramelle all'arancia che gli piacciono».*

- *«Sceglierei il barattolo I perché non c'è molta differenza tra le caramelle al limone e all'arancia. E ci sono meno caramelle in tutto nell'I».*

- *«Non cambia nulla perché la possibilità di prendere una caramella all'arancia è la stessa :  $6 \times 2 - 10 = 2$ ,  $8 \times 2 - 14 = 2$  ».*

### 3 - Analisi a posteriori, Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

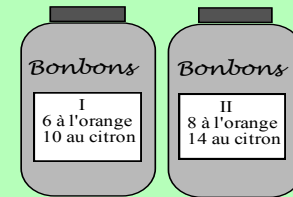
#### B. Confronto delle differenze interne da un barattolo all'altro

Il ragionamento tiene conto solo delle caramelle al limone «in più» di quelle all'arancia.

- *«Nel barattolo I, ci sono 4 caramelle al limone in più di quelle all'arancia. Nel barattolo II, ci sono 6 caramelle al limone in più di quelle all'arancio. Dunque noi scegliamo il barattolo I...»*
- *«Abbiamo scelto il n°1 perché ci sono solo 4 caramelle all'arancia in meno di quelle al limone mentre nel n° 2 ci sono 6 caramelle in meno, dunque ci sono più possibilità. »*
- *«Poiché nel barattolo n°1 c'è meno differenza tra i due tipi di caramelle dunque più possibilità delle caramelle all'arancia, in un certo senso ci sono più caramelle all'arancia dunque ci sono più possibilità di avere una caramella all'arancia nel barattolo n°1. »*

### 3 - Analisi a posteriori, Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

#### B. Confronto delle differenze interne da un barattolo all'altro

Tuttavia, ci può essere implicitamente (ma non è sicuro) l'idea di minimizzare il “peso” delle caramelle al limone nel barattolo, cosa che rivelerebbe un approccio qualitativo alla nozione di probabilità

*-«Bisogna dunque scegliere il barattolo I in quanto c'è solo una possibilità su 4 di non sbagliarsi mentre con il barattolo II c'è una possibilità su 6 di non sbagliarsi».*

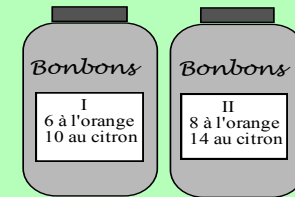
*- «Al posto di Julien, avrei scelto il barattolo n°1 perché lo scarto delle caramelle al limone e all'arancia è di 4 e nell'altro barattolo è di 6 dunque c'è meno rischio di prendere una caramella al limone. »*

*- « ... perché ci sono meno caramelle al limone in più nel barattolo I. »*

### 3 - Analisi a posteriori,

### Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

#### C. Confronto delle variazioni da un barattolo all'altro

L'argomentazione si basa sulla constatazione che, dal primo al secondo barattolo, il numero di caramelle all'arancia è aumentato di 2 e quello delle caramelle al limone di 4.

Benché si tratti sempre di differenze, può essere sottinteso il ragionamento seguente: poiché. In questa argomentazione, ci sono più caramelle al limone, ci “si dice che” il rischio di prendere una caramella al limone tende ad aumentare dal barattolo I al II.

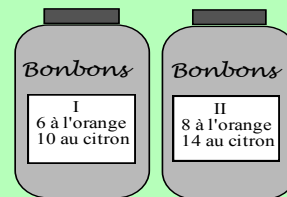
- «Abbiamo scelto il barattolo I in quanto: nel barattolo II ci sono solo 2 caramelle in più all'arancia ma 4 in più al limone».
- «Bisogna prendere il primo barattolo perché  $6+2=8$  e  $10+4=14$ , poiché  $2 < 4$  allora si aggiunge più limone che arancia»
- « ... Perché ci sono più possibilità si prendere il 1° barattolo di caramelle sapendo che nel 1° barattolo ci sono meno caramelle al limone che nel 2° barattolo : il primo contiene 10 caramelle al limone e il 2° barattolo ne contiene 14 dunque ci sono 4 caramelle di più al limone, mentre ce ne sono solo 2 all'arancia aggiunte nel 2° barattolo»



# 3 - Analisi a posteriori,

## Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

### D. Frazioni o rapporti

La procedura che conduce alla risposta corretta necessita di un confronto di rapporti e non di differenze.

Troviamo due scelte di rapporti negli elaborati esaminati:

D.1: tra i numeri di caramelle all'arancia e quelli delle caramelle al limone,

- *«Al posto di Julien avremmo scelto il barattolo I. Bisogna mettere  $6/10$  e  $8/14$  sullo stesso denominatore:  $6/10 = 42/70$  e  $8/14 = 40/70$ .  $42 > 40$ . Dunque avrei scelto il barattolo I perché quando si mette allo stesso denominatore  $6/10$  e  $8/14$  il numero di caramelle all'arancia nel barattolo I è di 42 e nel barattolo II di 40. ».*
- *« Per sapere in quale barattolo ci sono più possibilità di avere una caramella all'arancia, bisogna esprimere il numero di caramelle all'arancia in percentuale: 6 per 10—>60%, 8 per 14—>57,12%. Ci sono più possibilità di trovare una caramella all'arancia nel barattolo I (60 %) ».*

### 3 - Analisi a posteriori, Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

#### D. Frazioni o rapporti

D.2: tra i numeri di caramelle di un tipo e il totale di quelle contenute nel barattolo. Questa concezione rinvia all'approccio classico della nozione di probabilità (definizione di Laplace).

- « ...  $12/32 > 12/33$  dunque  $6/16 > 8/32$ , barattolo I ».

-«Il numero delle caramelle della scatola  $n$ . I è uguale a 16. Dividendo il numero delle caramelle all'arancia (6) e al limone (8) per 16, si ottiene allora : \* Caramelle all'arancia: 37,5%, \* al limone: 62,5 %».

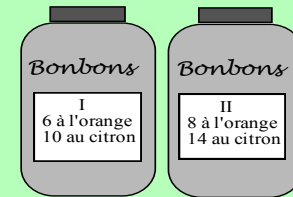
(stesso ragionamento per il barattolo II e confronto delle %).

- « .... Barattolo 1 :  $6 : 8 = 0,75$ . Ci sono 0,75 possibilità su 2 di prendere una caramella all'arancia.

Barattolo 2 :  $8 : 11 = 0,72$ . Ci sono 0,72 possibilità su 2 de prendere una caramella all'arancia.»

### 3 - Analisi a posteriori, Diversi tipi di risposte

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

#### M. Procedure miste

Due classi fanno riferimento simultaneamente alla sottrazione e ai rapporti. E' una piccola percentuale sui 96 elaborati esaminati, ma sembrano rivelatrici dell'evoluzione da una procedura all'altra:

- «Al posto di Julien, sceglierei il barattolo n. 1 perché in questo barattolo ci sono 4 caramelle in più di quelle all'arancia e nel barattolo n. 2 ci sono 6 caramelle al limone in più.

E poiché c'è il 37,5 % di caramelle all'arancia nel barattolo n. 1 contro 36,4% nel barattolo 2.

Barattolo 1 :  $6/16 = 0,375 \times 100 = 37,5\%$ .

Barattolo 2 :  $8/22 \approx 0,36 \times 100 \approx 36,36 \%$ »

## 4. Correlazioni fra età e procedure

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

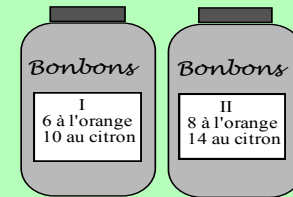
**Analisi su 94 classi, allievi da 11 a 14 anni (cat 6, 7, 8)**

Si constata un'evoluzione verso le procedure «esperte» con l'età. Quelle che si basano sulle differenze, B e C, sono scelte dai tre quarti degli allievi 11-12 anni e quelle che fanno appello ai rapporti, D, è largamente maggioritaria a 13-14 anni.

Procedure età	A	B	C	D	D1	D2	M	totale
11-12 anni Cat 6	<b>6</b> 17%	<b>22</b> 61%	6 17%	2 5%	1 2,5%	1 2,5%		<b>36</b> 100%
12-13 anni Cat 7	0 0%	<b>12</b> 41,5%	1 3,5%	<b>14</b> 48%	5 17%	9 30%	2 7%	<b>29</b> 100%
13-14 anni Cat 8	1 3,5%	5 17%	2 7%	<b>20</b> 69%	6 23%	14 47%	1 3,5%	<b>29</b> 100%
totale	7 7,5%	<b>39</b> 41,5%	9 9,5%	<b>36</b> 38,5%	12 14%	24 25%	3 03%	<b>94</b> 100%

## 5. Prospettiva di ricerca

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

### Una constatazione: un'evoluzione rapida della concettualizzazione

Primo approccio: quante «possibilità» di vincere?

- Méline, 7 anni : *«sceglierei il secondo barattolo!»*
- Perché?
- *«Perché è in questo barattolo che ci sono più caramelle all'arancia, evidentemente».*

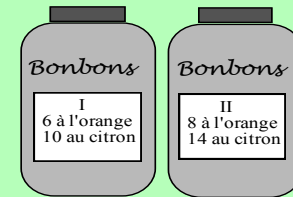
Méline mantiene la propria risposta quando il secondo barattolo contiene 100 caramelle al limone e 8 all'arancia.

O quante possibilità di perdere? (Stéphane, 10 anni)

- *«Avrei scelto il barattolo I perché nel barattolo II ci sono 14 caramelle al limone.»*

## 5. Prospettiva di ricerca

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

### Una constatazione: un'evoluzione rapida della concettualizzazione

Secondo tempo: le strutture additive (12 anni)

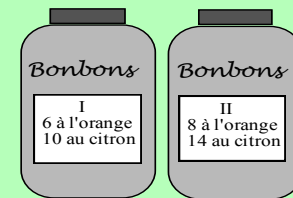
- « ... *Bisogna prendere il barattolo n. 1 perché c'è meno differenza tra caramelle all'arancio e al limone.* »

Terza fase: la proporzionalità (14 anni)

- « *Per sapere in quale barattolo ci sono più possibilità di avere una caramella all'arancia, bisogna esprimere il numero di caramelle all'arancia in percentuale.* »

## 6. Orientazioni di ricerca

6 ar  
10 li



8 ar  
14 li

### Progetti di ricerca

- 1 - Studiare l'evoluzione della concettualizzazione, dalla visione numerica delle “possibilità” all'acquisizione della pre-probabilità.
- 2 - Capire il passaggio dell'approccio per differenza delle “possibilità” al rapporto e alle percentuali.
- 3 - Interesse del modello di urna per favorire l'approccio tramite la pre-probabilità e ostacoli possibili (in particolare la proporzionalità).
- 4 - Come può interpretare (modellizzare) un allievo una situazione data con una presentazione tradizionale in forma di modello di urna?
- 5 - Come, in quali condizioni e a che età, si fa il legame tra una comprensione a priori della probabilità come rapporto di casi e il controllo a posteriori con le frequenze.

## 7. Una risposta impertinente

**À la place de Julien, quel pot auriez-vous choisi ?**

**Justifiez votre réponse en expliquant votre raisonnement.**

À la place de Julien  
nous prendrions citron  
car c'est notre goût  
préférés.

on a réfléchis.



## **8. «I barattoli di caramelle»: un caso particolare?**

**Un problema analogo in un altro contesto con gli stessi dati**

**Trote (Cat. 7, 8, 9, 10) (15.II.12)**

In un allevamento di pesci, vengono allevati due tipi di trote per la consumazione: quelle bianche e quelle salmonate.

Ci sono due vasche, A e B, nelle quali un addetto deve pescare le trote richieste dai clienti. Riesce però a riconoscere il tipo di trota solo dopo averla pescata,

- Nella vasca A ci sono 60 trote bianche e 100 trote salmonate.
- Nella vasca B, ci sono 80 trote bianche e 140 trote salmonate.

Un cliente preferisce le trote bianche e ne vorrebbe una.

**In quale vasca l'addetto deve pescare la trota per avere più possibilità di prendere una trota bianca al primo colpo?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

## 8. Una conferma dei risultati?

- Volevamo che la procedura additiva conducesse alla risposta errata...
- ma le procedure aleatorie della consultazione ci hanno fatto mancare l'obiettivo :

**I**    **II** (Barattoli)

$$6 \quad 10 \quad \longrightarrow \quad 6/16 = 3/8 = 33/88 = 0,375$$

$$8 \quad 14 \quad \longrightarrow \quad 4/11 = 32/88 = 0,3636\dots$$

**A**    **B** (Trote)

$$60 \quad 100 \quad \longrightarrow \quad 60/160 = 3/8 = 33/88 = 0,375$$

$$80 \quad 140 \quad \longrightarrow \quad 80/220 = 4/11 = 32/88 = 0,3636\dots$$

## 8. Dai barattoli alle trote, evoluzione dei risultati

Medie dei punteggi (su 4)

Categorie:	5	6	7	8	9/10
<b>Barattoli</b>	1,47	0,97	1,91	2,51	3,31
effettivi (12 sezioni)		146	276	203	176 74
<b>Trote</b>			1,74	2,25	2,05
effettivi (12 sezioni)			378	312	85

Procedure

<b>Scarti</b>	Barattoli	78 %	45 %	24 %
	Trote	78 %	31 %	30 %
<b>Rapporti</b>	Barattoli	5 %	48 %	69 %
	Trote	7 %	68 %	67 %

## 9. Variazione sui dati: La mano nel sacco

(Cat. 7, 8, 9 10) (16· II.15)

Alla fiera del paese, il proprietario di un baraccone propone ai passanti il gioco seguente:

*«Datemi un euro ed estraete una sola pallina da un sacco a vostra scelta. Se la pallina è rossa, vincerete un orso di peluche!»*

Nel sacco A, ci sono 6 palline rosse e 10 palline bianche.

Nel sacco B, ci sono 9 palline rosse e 14 palline bianche.

Tutte le palline sono della stessa grandezza, dello stesso peso e dello stesso materiale.

I sacchi non sono trasparenti e non si possono vedere le palline che contengono, vi si può solo infilare la mano per estrarre una pallina.

Voi avete solo un euro in tasca e vorreste vincere un orso.

**Da quale sacco provereste ad estrarre una pallina?**

**Spiegate la vostra risposta.**



## 9. Un lavoro sulle variabili

- Questa volta, ce l'abbiamo fatta!

**I**    **II** (Barattoli)

$$6 \quad 10 \quad \longrightarrow \quad 6/16 = 3/8 = 33/88 = 0,375$$

$$8 \quad 14 \quad \longrightarrow \quad 4/11 = 32/88 = 0,3636\dots$$

**A**    **B** (Trote)

$$60 \quad 100 \quad \longrightarrow \quad 60/160 = 3/8 = 33/88 = 0,375$$

$$80 \quad 140 \quad \longrightarrow \quad 80/220 = 4/11 = 32/88 = 0,3636\dots$$

**A**    **B** (Sacchi)

$$6 \quad 10 \quad \longrightarrow \quad 6/16 = 3/8 = 69/184 = 0,375$$

$$9 \quad 14 \quad \longrightarrow \quad 9/23 = 72/184 = 0,391\dots$$

## 9. L'analisi del compito si amplia, un vero romanzo!

- Comprendere che bisogna scegliere uno dei due sacchi (i cui contenuti sono differenti), che bisogna sperare di «estrarre una pallina rossa» dal sacco scelto, cosa che conduce anche a «non estrarre una pallina bianca».
- -Comprendere che non bisogna semplicemente confrontare i numeri delle palline rosse ( $9 > 6$ ), e scegliere il sacco B perché ne contiene di più, o confrontare i numeri delle palline bianche ( $14 > 10$ ), e scegliere il sacco A perché si rischia meno di estrarre una pallina bianca (perdente). L'abbandono di questa concezione dovrebbe appoggiarsi, per esempio, sulla contraddizione tra i due procedimenti che ne derivano:
  - «estrarre una pallina rossa dal sacco dove ce ne sono di più» conduce a scegliere il sacco B, da una parte
  - «estrarre una pallina bianca dal sacco dove ce ne sono di meno» porta a scegliere il sacco A, dall'altra.
- -Tener conto simultaneamente dei quattro numeri dati delle palline (perché non è sufficiente considerare separatamente la coppia (6; 9) e non (10; 14) o l'inverso).

## 9. Analisi a priori, errori e ostacoli

### L'ambito additivo

In questo contesto, secondo le età, gli allievi si collocano spontaneamente in un quadro additivo. Si incontrano generalmente due procedimenti errati:

- 1- Calcolare gli scarti tra i numeri di palline di uno stesso sacco (4 palline bianche più delle rosse per A e 5 per B). Decidere allora sulla scelta di A «perché in B c'è un maggior numero di palline bianche in più che in A».
- 2- Calcolare le variazioni dei numeri di palline di uno stesso colore da un sacco all'altro (+ 3 rosse e + 4 bianche da A a B). Concludere così per la scelta di A «perché da A a B, si aggiungono più palline bianche che rosse».

In questo quadro additivo, la conclusione che il sacco A è più vantaggioso può sembrare fare appello ad una intuizione probabilista: aggiungendo più palline bianche che rosse per passare da un sacco all'altro, si aumenta il peso relativo delle bianche e si ha più «rischio» di estrarre una pallina perdente. Ma questo ragionamento di natura pre-probabilista non è rilevabile a meno che l'allievo non spieghi come è giunto alla sua conclusione, cosa che non è frequente.

## 9. Analisi a priori, errori e ostacoli

### L'ambito additivo

Questo ragionamento additivo può essere invalidato applicandolo ad altri esempi di sacchi fittizi per i quali, con un approccio intuitivo, si può stimare che le possibilità di vincita siano le stesse.

Per esempio, in un sacco A', «doppio-sacco A», contenente 12 palline rosse e 20 bianche, ci sono tante possibilità di vincita che con A. Ma, secondo il procedimento 1, si avrebbero 8 «palline bianche in più delle rosse», mentre nel sacco B se ne hanno 5. Si opterebbe allora per il sacco B piuttosto che A' o A, contrariamente alla scelta precedente.

La conclusione che A è più vantaggioso, che si basa, secondo il procedimento 2, sulle variazioni delle palline dello stesso colore tra A e B (+ 3 rosse e + 4 bianche in B) e che fa ugualmente apparire un aumento superiore di bianche in rapporto alle rosse, è da rifiutare come in precedenza.



## 9. Analisi a priori, errori e ostacoli

### L'ambito moltiplicativo

Gli allievi più grandi (livello 7, 8...) si pongono generalmente in un ambito moltiplicativo o proporzionale. Per confrontare i due sacchi possono essere considerati due tipi di rapporti.

3) Capire che per ciascuno dei sacchi si deve prendere in considerazione il rapporto tra il numero delle palline rosse e quello delle bianche:  $6/10$  in A e  $9/14$  in B.

Per confrontarli, si possono esprimere

- in decimali: 0,6 per A e 0,643 per B,
- o con frazioni equivalenti:  $42/70$  per A e  $45/70$  per B
- o in percentuali: 60 % per A e 64,3 % per B. Da qui la scelta di B.

4) Oppure, per ciascun sacco, il rapporto del numero delle palline rosse su tutte (probabilità di estrarre una pallina rossa):

$$6/16 = 0,375 = 138/368 = 37,5 \% \text{ per A}$$

$$9/23 = 0,391 = 144/368 = 39,1 \% \text{ per B. Da cui ancora la scelta di B.}$$

Il reste à choisir le sac qui donne une meilleure « chance » de gagner, c'est-à-dire, dans une appréhension probabiliste, choisir celui qui contient la plus forte proportion de boules rouges, dans l'une ou l'autre démarche.

D'où le choix de B

## 9. Analisi a priori, errori e ostacoli

### Osservazioni

- Esprimere la risposta senza confondere una risposta di tipo probabilistico del genere «numero di possibilità su ... di estrarre una pallina rossa» con una risposta che si riferisce ai rapporti rosse/bianche.  
Per esempio, è corretto dire « ... perché si ha 37,5 possibilità su 100 di estrarre una pallina rossa in A e 39,1 possibilità su 100 in B », ma non è corretto dire «60 possibilità su 100 in A e 64,3 possibilità su 100 in B ».
- Si noti che l'uso della parola «possibilità» è sorgente di ambiguità. Non ha lo stesso senso in «avere più possibilità di estrarre una pallina rossa in B che in A » che è una valutazione qualitativa, e in «ho 6 possibilità su 16 di estrarre una pallina rossa in A » che è un apprezzamento quantitativo della probabilità nella quale le «possibilità» sono assimilate alle palline vincenti, cosa che può essere sorgente di confusione quando si annuncia: «ho 37,5 possibilità su 100 di estrarre una pallina rossa da A ».

## 9. *La mano nel sacco*, primi risultati FC e SR:

Procedures	A	B	C	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	M	total
7 FC	1 2%	14 28%	4 8%	13 26%	15 29%	4 8%	51
7 SR	0 0%	1 3%	0 0%	13 37%	19 54%	2 6%	35
7 FC+SR	1 1%	15 17%	4 5%	26 30%	34 40%	6 7%	86
7		<b>22%</b>		<b>70%</b>			
8 FC	1 2%	6 12%	3 6%	14 29%	22 45%	3 6%	49
8 SR	1 3%	3 9%	1 3%	11 34%	15 47%	1 3%	32
8 FC+SR	2 2%	9 11%	4 5%	25 31%	37 46%	4 5%	81
8		<b>16%</b>		<b>77%</b>			

## 10. Dai *barattoli* ai *sacchi*, evoluzione dei risultati

Media dei punteggi (su 4)

Categorie:	5	6	7	8	9/10
<b>Barattoli</b>	1,47	0,97	1,91	2,51	3,31
effettivi (12 sezioni)	146	276	203	176	74
<b>Trote</b>			1,74	2,25	2,05
effettivi (12 sezioni)			378	312	85
<b>Sacchi</b>			1,50	2,10	2,24
effettivi (18 sezioni)			473	369	146

Procedure

<b>Scarti</b>	Barattoli	85 %	46 %	27 %
	Trote	78 %	31 %	30 %
	Sacchi		36 %	18 %
<b>Rapporti</b>	Barattoli	7 %	47 %	70 %
	Trote	7 %	68 %	67 %
	Sachi		70 %	77 %

# 11. Confronto con un problema di proporzionalità

**Le marmellate (Cat 6, 7, 8) (15.F.12)**

C'è la raccolta delle ciliegie. La nonna prepara la marmellata in un enorme paiolo, per la sua famiglia e i vicini.

Lunedì cuoce 8 kg di ciliegie con 5 kg di zucchero.

Martedì cuoce 10 kg di ciliegie con 7 kg di zucchero.

Giovedì, giorno di maggior raccolta, cuoce 16 kg di ciliegie con 10 kg di zucchero.

Sabato, fine della raccolta, cuoce 5 kg di ciliegie con 3 kg di zucchero.

**Qual è il giorno in cui la nonna ha preparato la marmellata più zuccherata?**

**Ci sono giorni in cui le marmellate hanno lo stesso grado di dolcezza?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

# 11. Incontro con la proporzionalità!

	zucchero	ciliegie	scarti	rapporti
lunedì	5	8	+3	0,625
martedì	7	10	+3	0,7
giovedì	10	16	+6	0,625
sabato	3	5	+2	0,6

Risultati classi finaliste:	cat 6	20 (.56)	16 (.44)
	cat 7	7 (.24)	22 (.76)
	cat 8	3 (.11)	25 (.89)

Si osserva lo stesso “salto” tra il livello 6 e i livelli 7 e 8

# 12. Il rally matematico transalpino, il suo contributo all'insegnamento e alla didattica

## 1. Sperimentazione a larga scala e metodo scientifico

E' il RMT che ha permesso di ottenere i risultati precedenti: obiettivi della ricerca ben definiti, una sperimentazione a larga scala, condizioni comuni definite per la raccolta di dati, una lettura attenta delle spiegazioni degli allievi al fine di percepire le loro concezioni.

## 2. Dalle ipotesi ai saperi

I risultati precedenti ci permettono di andare oltre lo stadio delle esperienze personali, dei contesti particolari e locali (classi, allievi, programmi) di credenze o convinzioni individuali. *Pensiamo che diventa sappiamo che.*

## 3. Dalle procedure agli ostacoli

I termini «errore» o «sbaglio» sono quasi spariti in ciò scritto e detto in merito alle analisi precedenti. Parliamo piuttosto di «procedure» che sono state individuate, poi rilevate sistematicamente. Non c'è più un giudizio di valore, ci sono dati che mostrano variazioni nelle frequenze di tali procedure, in funzione di variabili come le età o le regioni (o i paesi). Ci sono soprattutto, nel ventaglio delle procedure, quelle che evidenziano ostacoli ad una risoluzione corretta del problema.

# 12. Il rally matematico transalpino, il suo contributo all'insegnamento e alla didattica

## 4. Verso l'interpretazione degli ostacoli

Bisognerà ora cercare di esplicitare la natura di questi ostacoli e sapere da dove provengono. Sono di natura epistemologica, didattica o ancora ontologica o altro?

## 5. Ricaduta sull'insegnamento e i programmi

- I problemi qui analizzati richiamano i rapporti, caratteristici dell'ambito della probabilità e della proporzionalità.

Tali rapporti sono qui numeri razionali.

Si pongono allora delle questioni a proposito del loro insegnamento :

-Vale la pena accordare tanto tempo e importanza al calcolo sui numeri decimali prima di dare un senso a tali scritture?

- che posto può riservare l'insegnante, eventualmente di sua iniziativa, all'approccio intuitivo del concetto di probabilità?

-Ne *i barattoli di caramelle*, gli allievi percepiscono perfettamente la questione insita nel problema; una validazione collettiva o diverse sperimentazioni potrebbero far evolvere la loro percezione additiva della situazione verso una percezione moltiplicativa che sarebbe molto utile per il concetto di rapporto di due numeri?

-...